圏論による社会理論の展開

大　山　智　徳

０．序

橋爪大三郎・志田基与師・恒松直幸「危機に立つ構造-機能理論―わが国における展開とその問題点」(1984)（以下、「危機論文」と表記する。）以後、構造-機能理論を含むマクロ理論は衰退し、社会全体を貫く理論を欠いた局所的かつ記述的な「意味学派」の隆盛の時代となって久しい。

本稿は圏論の随伴という新しい数学の装置（Discipline）でこの「危機論文」そのものとこの論文を契機として生まれた極めて独創的な二つの社会理論である橋爪大三郎の「言語ゲーム論」(1985）と今田高俊の「自己組織性」(1986)、さらに佐藤俊樹によって公理化された主意主義的社会理論（1988）を圏論の随伴で考察していく。また、主意主義の原理である自我を考えるためJ. ラカンのシェーマL、謎に満ちたW. ベンヤミンの「暴力批判論」にも言及する。

ところで、本稿は数学を用いるが、これは数理社会学と言われる学問領域に属する。数理社会学は複雑な社会現象をシンプルかつ明晰な数理モデルを作ってそれらを思考実験として動かすことができる。抽象化されているので応用範囲も広い。とりわけ、数学を使って初めて自然言語では共通点が見当たらない関係に気づくことができる。これらの利点が数理社会学にはある。

さて、「危機論文」直後に誕生したこれらの社会理論には圏論の中核的な概念である随伴から眺めてみれば、同じ種類の社会理論の表現とみなせることに気づく。それは方法論的集合主義でも、方法論的個人主義でもない、いわば方法論的随伴主義とでもいうべき新しい方法論による新しい社会理論の立場である。圏論という現代数学により、同時に「レンズ」として新しい社会理論の風景を眺めてみることとする。

なお、本文中「翻訳＝mapping」という概念が多用されるが、最後にその理由を明かす。

１．目的

本報告の目的は圏論による社会理論の展開を試みることにある。瀧川裕貴（2019）が行った計算社会科学による日本の社会学のトレンドの研究結果によれば、1980-90年代の日本の社会学における特徴的なテーマは行為・規範・意味であったにも関わらず、学史研究ではほとんど言及されてこなかった、とされる。そこで、本稿では、要素と構造からなる集合論以後の新しい数学である射と可換図式からなる圏論、とりわけ、随伴を使って行為・規範・意味を含んだ社会学モデルの構築を圏論によって行い、その後の社会理論の展開及び可能性を目的とする。ただし、アブストラクト・ナンセンスに陥らないよう、まず、1980年代に主流だった構造-機能理論を厳密に定式化し、その結果、構造-機能理論に終止符を打ったとされる「危機論文」を随伴定理に翻訳＝mappingして、考察する。その後、この論文を契機に行為・規範・意味を含んだ1980年代の社会学理論である橋爪大三郎の言語ゲーム論と今田高俊の自己組織性、佐藤俊樹（1988）によって公理化された主意主義的行為理論、J.ラカンのシェーマL、W.ベンヤミンの「暴力批判論」を圏論のとりわけ中核的な随伴に翻訳＝mappingすることで随伴による社会モデルの具象化を試み、その後の展開を考察した。これによりA.Giddens（1987: 47）の予想した「社会学の論争に新たな統一性を与えるような、理論的総合」の候補として圏論が極めて有望な方法でもあることを目的とする。

２．方法

方法は圏論の随伴定理をベースとし、純粋に数理演繹的な方法で直接、随伴定理を社会学の概念にmapping＝翻訳し、随伴による社会理論を展開する。

ところで、丸山善宏（2012）によれば、圏論は一般的規範性（universal normativity）、（啓示的に）与えられる理解（understanding conferrabilty）、存在論的絵画主義（ontological picturalism）がその三つの特徴とされる。圏論の影響力は数学を超えて様々な学問領域に拡がっている。[1] ただし、圏論による社会学は約半世紀前から萌芽はあったにも関わらず未だ可能性のままにとどまっているという状況にある。[2]

なお、本稿で必要な知識は圏、関手、自然変換、随伴である。すでに数

冊の一般読者向けの入門書が出版されているため、本稿では随伴から論を進める。[3)]

2.1 随伴定理について

随伴についてマックレーンによる定理1をベースとする。(Mac Lane 1998：106-8)

随伴定理　随伴〈F, G, φ, θ〉：圏D⊣圏C は以下のものを決定する。

1）各対象Cについて射η_cがCからGへの普遍射であり、各f:FC→Dの右随伴射が

$\varphi f = Gf \circ \eta c : C \to GD$ [註1]

であるような自然変換$\eta : 1_C \to GF$.

2）各射ε_DがFからDへの普遍射であり、各g:C→GDが左随伴射

$\theta g = \varepsilon_D \circ Fg : FC \to D$ [註2]

を持つような自然変換$\varepsilon : FG \to 1_D$.

3）さらに、次の合成は（それぞれGおよびFの）恒等変換である。

$$G \xrightarrow{\eta G} GFG \xrightarrow{G\varepsilon} G, \quad F \xrightarrow{F\eta} FGF \xrightarrow{\varepsilon F} F.$$ [註3]

随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。

$$G\varepsilon \circ \eta_G = 1_G \qquad \varepsilon F \circ F\eta = 1_F$$

ηを単位元（unit）と呼び、εを余単位元（counit）と呼ぶ。

2.2 随伴の証明について

ここで、定理1に続く、定理2(5)(Mac lane:108)によって、随伴を証明しよう。

［随伴の証明］

ηとεを用いて関数

$$\varphi : D(FC, D) \rightleftarrows C(C, GD) : \theta$$

を各f:FC→Dについて$\varphi f = Gf \circ \eta_c : C \to GD$とし、各g:C→GDについて$\theta g = \varepsilon_D \circ Fg : FC \to D$とすることによって随伴を定義する。

まず、φとθの合成、φθを行い、次にθφの合成を行う。このとき、Gは

関手であり、ηは自然変換であるので

$$\varphi\theta g = G\varepsilon_D \circ GFg \circ \eta_c = G\varepsilon_D \circ \eta_{GD} \circ g = 1_{GD} \circ g = g$$ [註4]

が成り立つ。

双対的に、Fは関手であり、εは自然変換であるので

$$\theta\varphi f = \varepsilon_D \circ FG_f \circ F\eta_c = f \circ \varepsilon_{FC} \circ F\eta_c = f \circ 1_{FC} = f$$ [註5]

が成り立つ。

それゆえ、φはθを逆写像とする全単射である。これは明らかに自然であり、よって随伴である。

可換図式は以下のとおり。

［註1］右随伴射 $\varphi f = Gf \circ \eta c$

$$FC \xrightarrow{f} D$$

$$\begin{tikzcd} GFC \arrow[r, "Gf"] & GD \\ C \arrow[u, "\eta_C"] \arrow[ur, "\varphi f(=g)"'] & \end{tikzcd}$$

これは、

$\varphi f = Gf \circ \eta c: C \to GD\ (= g)$

［註2］左随伴射 $\theta g = \varepsilon_D \circ Fg$

$$C \xrightarrow{g} GD$$

$$\begin{tikzcd} FC \arrow[r, "Fg"] \arrow[dr, "\theta g(=f)"'] & FGD \arrow[d, "\varepsilon_D"] \\ & D \end{tikzcd}$$

これは、

$\theta g = \varepsilon_D \circ Fg: FC \to D\ (= f)$

［註3］

随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。

$\varepsilon F \circ F\eta = 1_F$

$$\begin{tikzcd} F \arrow[r, "F\eta"] \arrow[dr, "1_F"'] & FGF \arrow[d, "\varepsilon F"] \\ & F \end{tikzcd}$$

$G\varepsilon \circ \eta_G = 1_G$

$$\begin{tikzcd} GFG \arrow[r, "G\varepsilon"] & G \\ G \arrow[u, "\eta G"] \arrow[ur, "1_G"'] & \end{tikzcd}$$

［註4］ $\varphi\theta g = G\varepsilon_D \circ GFg \circ \eta_c = G\varepsilon_D \circ \eta_{GD} \circ g = 1_{GD} \circ g = g$

$$
\begin{tikzcd}
GFC \arrow[r, "GFg"] & GFGD \arrow[r, "G\varepsilon_D"] & GD \\
C \arrow[u, "\eta_C"] \arrow[r, "g"'] & GD \arrow[u, "\eta_{GD}"'] \arrow[ur, "1_{GD}"'] &
\end{tikzcd}
$$

［註5］ $\theta\varphi f = \varepsilon_D \circ FG_f \circ F\eta_c = f \circ \varepsilon_{FC} \circ F\eta_c = f \circ 1_{FC} = f$

$$
\begin{tikzcd}
 & FC \arrow[r, "f"] & D \\
FC \arrow[ur, "1_{FC}"] \arrow[r, "F\eta_C"'] & FGFC \arrow[u, "\varepsilon_{FC}"'] \arrow[r, "FG\,f"'] & FGD \arrow[u, "\varepsilon_D"']
\end{tikzcd}
$$

本稿では、直観的に理解しやすくするためこの可換図式を合成させて、コールマン・ボートのような四角形とし、随伴で使用した三角形恒等式の二つの恒等射 1_{FC} と 1_{GD} を「↺」で表し、以下の可換図式を提示しておく。

$$
\begin{tikzcd}
\text{圏C：} & C \arrow[r, "\text{射}g"] \arrow[d, "\text{関手}F"', "↺1_{FC}"] & GD \\
\text{圏D：} & FC \arrow[r, "\text{射}f"'] & D \arrow[u, "1_{GD}↺"', "\text{関手}G"]
\end{tikzcd}
$$

【図2-1　随伴図式】

3．結果

この随伴定理により、行為・規範・意味を含んだ随伴による社会学モデルを構築し、すでにある橋爪大三郎の言語ゲーム論と今田高俊の自己組織性、佐藤俊樹により公理化された主意主義的行為理論、J. ラカンのシェー

マL、W.ベンヤミンの「暴力批判論」を圏論に翻訳＝mappingしていく。

3.1 随伴による社会学モデル

対象を社会学的概念とし、射を論理とする圏を社会学的言語の圏とする。対象を身体、射を行為とする圏を身体の圏とする。二つの圏を随伴とみなし、社会学的言語の圏から身体の圏への関手を身体編成権力、逆向きの関手を社会学的言語編成権力とする。三角形恒等式の結果生まれる二つの恒等射1_{GD}を大文字の意味、1_{FC}を小文字の意味と解釈する。

随伴 $\langle F, G, \varphi, \theta\rangle$：身体の圏⊣社会学的言語の圏 は以下のものを決定する。

1）各対象社会学的概念１について射$\eta_{\text{社会学的概念1}}$が社会学的概念１からGへの普遍射であり、
各行為:身体１→身体２の右随伴射が
φ行為＝G行為$\circ\eta_{\text{社会学的概念1}}$:社会学的概念１→社会学的概念２
（＝論理）
であるような自然変換η：$1_{\text{社会学的概念の圏}} \to GF$.

2）各射$\varepsilon_{\text{身体2}}$がFから身体２への普遍射であり、各論理:社会学的概念１→社会学的概念２が左随伴射
Θ論理＝$\varepsilon_{\text{身体2}}\circ$F行為:身体１→身体２（＝行為）
を持つような自然変換ε:FG→１身体の圏

3）さらに、次の合成は（それぞれGおよびFの）恒等変換である。

$$G \xrightarrow{\eta G} GFG \xrightarrow{G\varepsilon} G,\quad F \xrightarrow{F\eta} FGF \xrightarrow{\varepsilon F} F.$$

随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。

$$G\varepsilon\circ\eta_G = 1_G、\quad \varepsilon F\circ F\eta = 1_F$$

ηを単位元（unit）と呼び、εを余単位元（counit）と呼ぶ。

4）$\varphi\theta g = G\varepsilon_D\circ GFg\circ\eta_c = G\varepsilon_D\circ\eta_{GD}\circ g = 1_{GD}\circ g = g$
三角形恒等式より$G\varepsilon_{\text{身体2}}\circ\eta_{G\text{身体2}} = 1_{\text{社会学的概念2}}$（＝大文字の意味）
ここで、$1_{\text{社会学的概念2}}$を社会学的概念２の恒等射として、大文字の意味として考える。
この恒等射を社会（学的言語）規範と解釈する。

5）$\theta\varphi f = \varepsilon_D\circ FG_f\circ F\eta_c = f\circ\varepsilon_{FC}\circ F\eta_c = f\circ 1_{FC} = f$
三角形恒等式より $\varepsilon_{F\text{社会学的概念1}}\circ F\eta_{\text{社会学的概念1}} = 1_{\text{身体1}}$（＝小文字の意味）

ここで、$1_{身体1}$を身体1の恒等射として、小文字の意味として考える。この恒等射を動機と解釈する。

それゆえ、φはθを逆写像とする全単射である。

これは明らかに自然であり、よって随伴である。

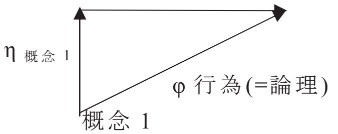
証明は以下のとおり。なお、社会学的概念は紙幅の都合で概念としておく。

［註1］右随伴射 $\varphi f = Gf \circ \eta c$

行為

身体 1→→→→→→→身体 2

GF 概念 1　G 行為　概念 2



これは、

Φ行為＝G行為$\circ\eta$概念1:

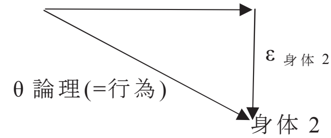
概念1→概念2（＝論理）

［註2］左随伴射 $\theta g = \varepsilon_D \circ Fg$

論理

概念 1→→→→→→→→概念 2

身体 1　F 論理　FG 身体 2



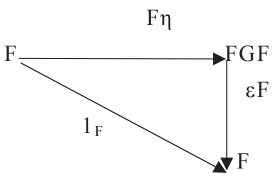
これは、

θ論理＝$\varepsilon_{身体2}\circ$F論理:

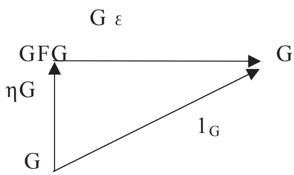
身体1→身体2（＝行為）

［註3］随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。

$\varepsilon F \circ F\eta = 1_F$



$G\varepsilon \circ \eta_G = 1_G$



［註4］$\varphi\theta\text{論理} = G\varepsilon_{\text{身体}2} \circ GF\text{論理} \circ \eta_{\text{概念}1} = G\varepsilon_{\text{身体}2} \circ \eta G_{\text{身体}2} \circ \text{論理} = 1_{\text{概念}2} \circ \text{論理} = \text{論理}$

$$\begin{tikzcd}
GF\text{概念}1 \arrow[r, "GF\text{論理}"] & GF\text{概念}2 \arrow[r, "G\varepsilon_{\text{身体}2}"] & \text{概念}2 \\
\text{概念}1 \arrow[u, "\eta_{\text{概念}1}"] \arrow[r, "\text{論理}"'] & \text{概念}2 \arrow[u, "\eta G_{\text{身体}2}"'] \arrow[ur, "1_{\text{概念}2} = \text{社会（学的言語）規範}"'] &
\end{tikzcd}$$

［註5］$\theta\varphi\text{行為} = \varepsilon_{\text{身体}2} \circ FG_{\text{行為}} \circ F\eta_{\text{概念}1} = \text{行為} \circ \varepsilon_{F\text{概念}1} \circ F\eta_{\text{概念}1} = \text{行為} \circ 1_{\text{身体}1} = \text{行為}$

$$\begin{tikzcd}
 & \text{身体}1 \arrow[r, "\text{行為}"] & \text{身体}2 \\
\text{身体}1 \arrow[ur, "1_{\text{身体}1} = \text{動機}"] \arrow[r, "F\eta_{\text{概念}1}"'] & FG\text{身体}1 \arrow[u, "\varepsilon_{F\text{概念}1}"'] \arrow[r, "FG\text{行為}"'] & FG\text{身体}2 \arrow[u, "\varepsilon_{\text{身体}2}"']
\end{tikzcd}$$

直観的に理解しやすくするため、随伴図式は次の図式で表現する。

$$\begin{tikzcd}
\text{社会学的言語の圏:概念}1 \arrow[r, "g:\text{論理}"] \arrow[d, "F:\text{身体編成権力}"'] & \text{概念}2 \arrow[loop below, "1_{GD}\circlearrowright:\text{社会（学的言語）規範}"'] \\
\text{身体の圏:身体}1 \arrow[r, "f:\text{行為}"'] \arrow[loop above, "\circlearrowright 1_{FC}:\text{動機}"] & \text{身体}2 \arrow[u, "G:\text{社会学的言語編}"']
\end{tikzcd}$$

【図3-1　随伴による社会学モデル】

このモデルには、意味・規則・行為が入っており、隠れている論理も表現されている。自然言語での意味は二つの恒等射として表現され、一つは大文字の意味1_{GD}としての社会（的言語）規範であり、もう一つは小文字の意味としての1_{FC}としての動機、すなわち本稿では射を広義の意味と解釈する。そして、規則は行為と論理として現象している。なお、行為は身体間の射である。

４．考察

このモデルを基本に「危機論文」、橋爪大三郎の言語ゲーム論、今田高俊の「自己組織性」、佐藤俊樹の公理化による主意主義的社会理論、J.ラカンのシェーマL、W.ベンヤミンの「暴力批判論」を考察していく。

4.1「「危機に立つ構造-機能理論―わが国における展開とその問題点」

4.1.1 目的

本章の目的は圏論、とりわけ、随伴が社会学においてシンプルで汎用性の高いツールであることを示す。具体例として1984年に『社会学評論』に掲載された橋爪大三郎・志田基与師・恒松直幸による「危機に立つ構造-機能理論―わが国における理論とその問題点」(以下、「危機論文」と呼称する。)を対象とする。「危機論文」では、複数の機能要件の合成等によれば構造-機能分析の全体としての一義的な決定は不可能であると結論がなされている。この論文を契機に、1980年代に今田高俊の自己組織性や橋爪大三郎の言語ゲーム論、大澤真幸の「第三者の審級」といった極めて独創的な理論社会学の概念を生んだことが主な理由である。

本報告は圏論的思考による理論社会学起源へ遡ると同時に、機能要件を関手とみなす、というアイデアに基づき、随伴へのmappingによる例示として構造-機能理論を再考することを目的とするものである。

4.1.2 方法

「危機論文の構造」を随伴への翻訳＝mappingを方法とする。

4.1.2.1「危機論文」の構造

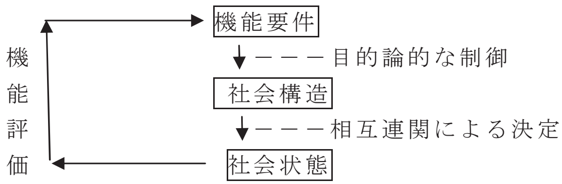
「危機論文」における構造-機能理論を随伴へ翻訳＝mappingする。そのためにまず、危機論文の構造をみておく。

「危機論文」において、構造-機能理論の定式化がなされている。(8)

(1) 社会構造が社会状態を決定する。
(2) 社会変動とは、社会構造の変動である。
(3) 機能要件は、社会状態を機能評価する。
(4) 機能要件が社会構造を制御する。(あとで「機能評価する」が追加される。)

である。

さらに、これらへの説明がなされ、これを「構造-機能理論の骨格」と呼称し、図1が示される。



【図4-1-1　構造-機能理論の骨格】

ここで、注目すべきは始点と終点が共に機能要件であり、構造-機能理論が対象と射から再構成されていることである。すなわち、構造-機能理論は循環を示唆している。

また、機能要件が仮設構成体として「対象」として定位されていることも重要である。

モデルそのものが循環している点に注目しておこう。

さて、この定式化で特徴的なのは機能要件の定義が(3)と(4)で重複していることである。これは極めて洗練された論文において不自然である。また、「(3)は機能要件を説明要因として位置づけるものである。機能要件は、仮設構成体（hypothetical construct）であって、社会状態を評価する評価関数である・・・①、とのべている。」とあり、続いて注18において、「これと(1)とにより、機能要件は、社会構造をも評価していることになる。・・・②」とあるが、そうであれば(4)の定義は不要になる。

①と②がやはり不自然である。

そこで、機能要件を仮設構成体という対象ではなく、関手とみなすモデルを作る。

4.1.2.2 構造-機能理論の随伴への翻訳＝mapping

まず、対象を社会構造、射gを社会変動とする社会構造の圏と対象を社会状態、射fを社会状態変動とする社会状態の圏を考える。(1)、(2)、(3)、(4)はそれぞれ、(1)は関手F、(2)は射g、(3)は関手F、(4)は(1)の擬逆の関係にある関手Gと解釈できる。機能要件は構造-機能理論の要素としてではなく、二つの擬逆の関手とみなす。随伴によってはじめ

て、(3)と(4)の不自然さが自然に解釈されることとなる。
　これを図示しておく。

対象：社会構造
射：社会変動（２）

圏Ｃ：社会構造の圏
Ｆ：社会構造が社会状態を決定する（1）
（相互連関分析による決定）
機能要件は,社会状態を機能評価する（3）

Ｇ：機能要件が社会構造を制御する(4)
（目的論的な制御）
（機能評価：註18）

$$
\begin{tikzcd}
C \arrow[r] \arrow[d] & GD \\
FC \arrow[r] & D \arrow[u]
\end{tikzcd}
$$

圏Ｄ：社会状態の圏
射：社会状態変動
対象：社会状態,

【図4-1-2　随伴による構造-機能理論の骨格】

随伴 $\langle F, G, \varphi, \theta\rangle$：社会状態の圏⊣社会構造の圏は以下のものを決定する。

1) 各対象社会構造1について射$\eta_{\text{社会構造1}}$が社会構造1からGへの普遍射であり、
各社会状態変動:社会状態1→社会状態2の右随伴射が
φ社会状態変動＝G社会状態変動$\circ\eta_{\text{社会構造1}}$:社会構造1→社会構造2
(＝社会変動)
であるような自然変換$\eta : 1_{\text{社会構造の圏}} \to GF$.

2) 各射$\varepsilon_{\text{社会状態2}}$がFから社会状態2への普遍射であり、
各社会変動:社会構造1→社会構造２が左随伴射
Θ社会変動＝$\varepsilon_{\text{社会状態2}}\circ$F社会状態変動:社会状態1→社会状態2（＝社会状態変動)
を持つような自然変換$\varepsilon : FG \to 1_{\text{社会状態の圏}}$

3) さらに、次の合成は（それぞれGおよびFの）恒等変換である。

$$G \xrightarrow{\eta G} GFG \xrightarrow{G\varepsilon} G,\quad F \xrightarrow{F\eta} FGF \xrightarrow{\varepsilon F} F.$$

随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。

$$G\varepsilon\circ\eta_G = 1_G、\varepsilon F\circ F\eta = 1_F$$

ηを単位元（unit）と呼び、εを余単位元（counit）と呼ぶ。

4） $\varphi\theta g = G\varepsilon_D \circ GFg \circ \eta_c = G\varepsilon_D \circ \eta_{GD} \circ g = 1_{GD} \circ g = g$

三角形恒等式より $G\varepsilon_{社会状態2} \circ \eta_{G社会状態2} = 1_{社会構造2}$（＝大文字の意味）

ここで、$1_{社会構造2}$ を社会構造２の恒等射として、大文字の意味として考える。

この恒等射を社会規範と解釈する。

5） $\theta\varphi f = \varepsilon_D \circ FG_f \circ F\eta_c = f \circ \varepsilon_{FC} \circ F\eta_c = f \circ 1_{FC} = f$

三角形恒等式より $\varepsilon_{F社会構造1} \circ F\eta_{社会構造1} = 1_{社会状態1}$（＝小文字の意味）

ここで、$1_{社会状態1}$ を社会状態１の恒等射として、小文字の意味として考える。この恒等射を社会意識と解釈する。

それゆえ、φはθを逆写像とする全単射である。

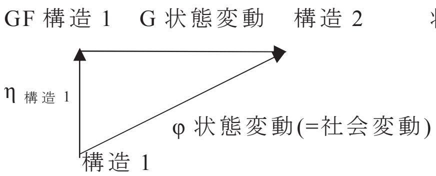
これは明らかに自然であり、よって随伴である。

証明は以下のとおり。なお、紙幅の都合で社会構造は構造、社会状態は状態と表記する。

［註1］右随伴射 $\varphi f = Gf \circ \eta c$

状態変動

状態 1→→→→→→→状態 2



これは、

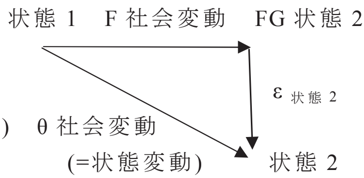
Φ状態変動＝G状態変動∘η構造1:

構造1→構造2（＝社会変動）

［註2］左随伴射 $\theta g = \varepsilon_D \circ Fg$

社会変動

構造 1→→→→→→→→構造 2



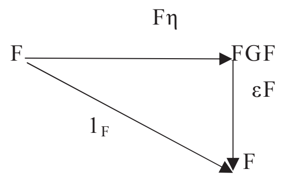
これは、

θ社会変動＝$\varepsilon_{状態2}$∘F社会変動:

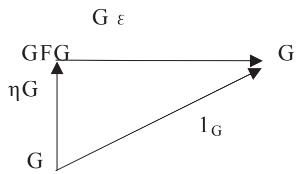
状態1→状態2（＝状態変動）

［註3］随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。

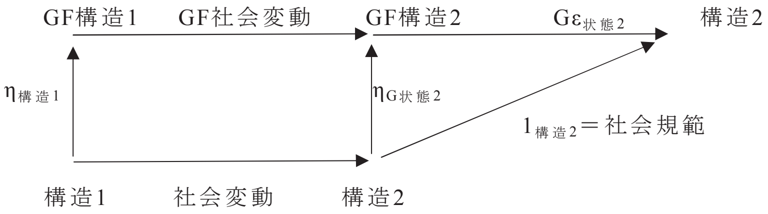
$\varepsilon F \circ F\eta = 1_F$



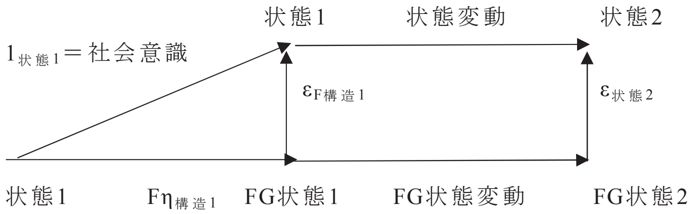
$G\varepsilon \circ \eta_G = 1_G$



［註4］ $\varphi\theta$ 社会変動＝$G\varepsilon_{状態2}\circ GF$ 社会変動 $\circ\,\eta_{構造1}$ ＝ $G\varepsilon_{状態2}\circ\eta_{G状態2}\circ$ 社会変動
＝ $1_{構造2}\circ$ 社会変動＝社会変動

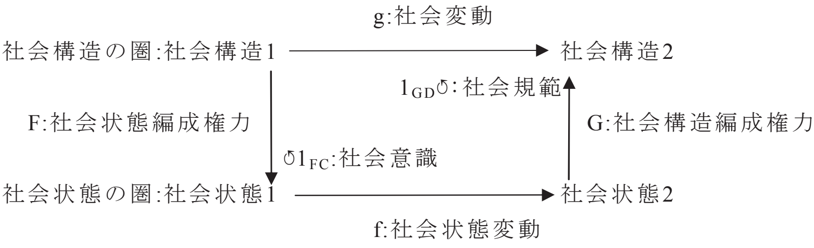


［註5］ $\theta\varphi$ 状態変動＝$\varepsilon_{状態2}\circ FG_{状態変動}\circ F\eta_{構造1}$ ＝状態変動 $\circ\,\varepsilon_{F構造1}\circ F\eta^{構造1}$
＝状態変動 $\circ\,1_{状態1}$ ＝状態変動



4.1.3 結果

この結果が構造-機能理論の随伴による社会学モデルである。



【図4-1-3　随伴による構造-機能モデル】

4.1.4 考察

4.1.4.1「危機論文」の随伴への翻訳＝mappingの社会学的解釈

本報告では、構造-機能理論を随伴とみなし、機能要件は関手であると定義した。

関手FとGが「危機論文」における機能要件である。本報告では、構造-機能理論を随伴へ翻訳＝mappingすることで機能要件の定義が(3)、(4)と二つあるのは二つの関手を擬逆な関手とみなすこととで随伴へと翻訳＝mappingした。

4.1.4.2「危機論文」の随伴へのmappingからの考察

「危機論文」が構造-機能理論に求めたものは著者たち自身の挙げる「科学論的な諸基準」の五つのうち最初に挙げられている「(1)（i）一義性、（ii）無矛盾性、（iii）決定性」をも満たす「機能要件」であった。そこから導かれた結論は「機能要件の仮設をあきらめ」て、「理論モデルは相互連関分析に帰着する」(14)であった。

この帰結が正しいかどうかをに翻訳＝mappingすることで考察してみよう。

これは図2の機能要件は二つあるのに一つの仮説構成体としたことに原因がある。

4.1.5「危機論文」の随伴への翻訳＝mappingによる新しい定式化

ところで、循環する対象と「科学論的な諸基準」をそのままで同時に満たすことは不可能である。しかし、構造-機能理論は機能要件によって循環しているのでどこかで切断して対象を決めなければならない。圏論でいえば無限に循環する圏は有限な圏にしなくてはならない。そうでないと永遠に決定はできなくなるのである。

再び、彼らの示した4つの条件と随伴の関係をみると、関手Gと社会状態変動fへの明確な記述やモデル意識がないことに気づく。このことは、随伴モデルでは関手G「状態が社会構造を決定する」とf「社会状態変動とは、社会状態の変動である」を彼らのなした構造 - 機能の定式化に明示的に付け加えることで構造-機能理論の随伴としての条件を言い表せる。

「危機論文」を随伴とみなすために構造-機能理論を次のように定式化する。

(1) 社会構造が状態を決定する機能要件がある。（・・・F）
(2) 社会状態が社会構造を決定する機能要件がある。（・・・G）
(3) 機能要件は関手である。
(4) 社会変動とは、社会構造の変動である。（・・・g）
(5) 社会状態変動とは状態の変動である。（・・・f）

これが「危機論文」の圏論の随伴への翻訳＝mappingの結果である。直井優（2001）の予想に沿った一つの帰結となろう。

4.2 橋爪大三郎の言語ゲーム論（1985）について

橋爪大三郎の言語ゲーム論を記述から随伴にmapping＝翻訳する。対象を概念とし、射をルールとしての文法とする圏を言語の圏とする（以下、「文法」と表記する。）。対象を身体、射をふるまいとする圏を言語ゲームの圏とする。二つの圏を随伴とみなし、言語の圏から言語ゲームの圏への関手を身体編成権力、逆向きの関手を論理学とする。三角形恒等式の結果生まれる二つの恒等射1_{GD}を社会規範、1_{FC}を行為規範と解釈する。言語ゲーム論は二つの意味が二つの規範を創出する社会理論となる。

随伴〈F、G、φ、θ〉：言語ゲームの圏$\dashv$言語の圏 は以下のものを決定する。

1）各対象概念1について射$\eta_{概念1}$が身体1からGへの普遍射であり、
各ふるまい：身体1→身体2の右随伴射が

$$\varphi ふるまい = G ふるまい \circ \eta_{概念1}: 概念1 \to 概念2 \ (＝文法)$$

であるような自然変換η：$1_{概念の圏} \to GF$.

2）各射$\varepsilon_{身体2}$がFから身体2への普遍射であり、各文法:概念1→概念2が左随伴射

$$\Theta 文法 = \varepsilon_{身体2} \circ F ふるまい : 身体1 \to 身体2 \ (＝ふるまい)$$

を持つような自然変換$\varepsilon: FG \to 1_{言語ゲームの圏}$

3）さらに、次の合成は（それぞれGおよびFの）恒等変換である。

$$G \xrightarrow{\eta G} GFG \xrightarrow{G\varepsilon} G、F \xrightarrow{F\eta} FGF \xrightarrow{\varepsilon F} F.$$

随伴$F \dashv G$の単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。

$$G\varepsilon \circ \eta_G = 1、\varepsilon F \circ F\eta = 1$$

ηを単位元（unit）と呼び、εを余単位元（counit）と呼ぶ。

4）$\varphi\theta g = G\varepsilon_D \circ GF_g \circ \eta_c = G\varepsilon_D \circ \eta_{GD} \circ g = 1_{GD} \circ g = g$

三角形恒等式より$G\varepsilon_{身体2} \circ \eta_{G身体2} = 1_{概念2}$（＝社会（的言語）規範）

ここで、$1_{概念2}$を概念2の恒等射として、大文字の規則として考える。この恒等射を社会（的言語）規範と解釈する。

5) $\theta\varphi f = \varepsilon_D \circ FG_f \circ F\eta_c = f \circ \varepsilon_{FC} \circ F\eta_c = f \circ 1_{FC} = f$

三角形恒等式より $\varepsilon_{F概念1} \circ F\eta_{概念1} = 1_{身体1} =$(行為規範)

ここで、$1_{身体1}$を身体1の恒等射として、小文字の規則として考える。この恒等射を行為規範と解釈する。

それゆえ、φはθを逆写像とする全単射である。

これは明らかに自然であり、よって随伴である。

なお、可換図式はこれまでと同様であるため省略し、図式のみを示す。

$$
\begin{tikzcd}
\text{言語の圏:概念1} \arrow[r, "g:\text{文法}"] \arrow[d, "F:\text{身体編成権力}"'] \arrow[dr, phantom, "\substack{1_{GD}\circlearrowleft:\text{社会(的言語)規範} \\ \circlearrowleft 1_{FC}:\text{行為規範}}"] & \text{概念2} \\
\text{言語ゲームの圏:身体1} \arrow[r, "f:\text{ふるまい}"'] & \text{身体2} \arrow[u, "G:\text{論理学(=言語編成権力)}"']
\end{tikzcd}
$$

【図4-2-1 随伴による橋爪大三郎の言語ゲーム論モデル】

4.2.2 随伴による橋爪大三郎の言語ゲーム論

橋爪大三郎の言語ゲーム論の随伴へのmapping=翻訳には不自然さがなく、随伴と極めて適合的である。二つの意味(社会規範と行為規範)・二つの規則(文法とふるまい)・行為(ふるまい)すべてを含んだモデルとなっている。橋爪が言語ゲームを言語ゲーム論としたときに遂行している社会学者としての行為は随伴によるモデル上では言語編成権力という関手ということになる。言語ゲームは一定の規則がないようにふるまうが、言語ゲーム論にはふるまいと文法という二つの規則がある。言語ゲーム論を構築した瞬間、随伴が創発し、二つの規則—社会規範(1GD)と行為規則(1FC)—を生み出す社会理論となる。ここでは、大文字の意味と小文字の意味はそれぞれ大文字の規則、小文字の規則となっている。なお、意味・規則・行為は翻訳=mapping後も保存される。

最後に、「言語ゲームに外がない」ならば「言語ゲーム論にも外はない」は真なる命題であることを述べておく。

4.3 今田高俊の自己組織性（1986）

今田高俊の自己組織性を群論ベースから随伴に翻訳＝mappingする。対象を社会構造とし、射を機能ととする圏をシステム次元の圏とする。対象を身体、射を行為とする圏を行為次元の圏とする。二つの圏を随伴とみなし、システム次元の圏から行為次元の圏への関手を行為編成権力、逆向きの関手をシステム編成権力とする。三角形恒等式の結果生まれる二つの恒等射1_{GD}を大文字の意味、1_{FC}を小文字の意味と解釈する。自己組織性は二つの意味を創出する社会理論となる。

随伴〈F、G、φ、θ〉：行為次元の圏⊣システム次元の圏 は以下のものを決定する。

1）各対象社会構造1について射$\eta_{\text{社会構造1}}$が身体1からGへの普遍射であり、各行為:身体1→身体2の右随伴射が

$$\varphi\text{行為} = G\text{行為}\circ\eta_{\text{社会構造1}}:\text{社会構造1}\to\text{社会構造2}\ (=\text{機能})$$

であるような自然変換$\eta : 1_{\text{システム次元の圏}} \to GF$.

2）各射$\varepsilon_{\text{身体2}}$がFから身体2への普遍射であり、各機能:社会構造1→社会構造2が左随伴射

$$\Theta\text{機能} = \varepsilon_{\text{身体2}}\circ F\text{行為}:\text{身体1}\to\text{身体2}\ (=\text{行為})$$

を持つような自然変換$\varepsilon : FG \to 1_{\text{行為の圏}}$

3）さらに、次の合成は（それぞれGおよびFの）恒等変換である。

$$G \xrightarrow{\eta G} GFG \xrightarrow{G\varepsilon} G、F \xrightarrow{F\eta} FGF \xrightarrow{\varepsilon F} F.$$

随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。

$$G\varepsilon\circ\eta_G = 1、\varepsilon F\circ F\eta = 1$$

ηを単位元（unit）と呼び、εを余単位元（counit）と呼ぶ。

4）$\varphi\theta g = G\varepsilon_D\circ GFg\circ\eta_c = G\varepsilon_D\circ\eta_{GD}\circ g = 1_{GD}\circ g = g$

三角形恒等式より$G\varepsilon_{\text{身体2}}\circ\eta_{G\text{身体2}} = 1_{\text{社会構造2}}$

ここで、$1_{\text{社会構造2}}$を社会構造2の恒等射として、大文字の意味として考える。この恒等射を今田は意味としているが、本稿では社会規範と解釈する。

5）$\theta\varphi f = \varepsilon_D\circ FG_f\circ F\eta_c = f\circ\varepsilon_{FC}\circ F\eta_c = f\circ 1_{FC} = f$

三角形恒等式より $\varepsilon_{F\text{社会構造1}}\circ F\eta_{\text{社会構造1}} = 1_{\text{身体1}}$（＝行為規範）

ここで、$1_{\text{身体1}}$を身体1の恒等射として、小文字の意味として考える。こ

の恒等射を今田は自省的意味と解釈している。
　それゆえ、φはθを逆写像とする全単射である。
　これは明らかに自然であり、よって随伴である。

　なお、可換図式はこれまでと同様であるため省略し、図式のみを示す。

$$
\begin{tikzcd}
\text{システム次元の圏:社会構造1} \arrow[r, "g:\text{機能}"] \arrow[d, "F:\text{行為編成権力}"'] & \text{社会構造2} \\
\text{行為次元の圏:身体1} \arrow[r, "f:\text{行為}"'] \arrow[ur, phantom, "{1_{GD}\circlearrowleft:\text{社会規範}} \quad {\circlearrowleft 1_{FC}:\text{自省的意味}}"] & \text{身体2} \arrow[u, "G:\text{システム編成権力}"']
\end{tikzcd}
$$

【図4-3-1　**随伴による今田高俊の自己組織性モデル】**

4.3.2 随伴による今田高俊の自己組織性

　今田高俊の自己組織性の随伴へのmapping＝翻訳には不自然さがなく、随伴と極めて適合的である。二つの意味（社会規範と自省的意味）・二つの規則（機能と行為）すべてを含んだモデルとなっている。自己組織性には機能と行為という二つの規則がある。自己組織性を随伴で構築した瞬間、随伴が創発し、二つの意味―社会規範（1GD）と自省的意味（1FC）―を生み出す社会理論となる。ここでは、大文字の意味と小文字の意味はそれぞれ社会規範、自省的意味となっている。なお、意味・規則・行為は翻訳＝mapping後も保存される。

4.4 随伴による主意主義的行為理論モデル（1988）

　続いて、主意主義的行為論を佐藤俊樹（1988: 153）の二つの公理を基に随伴にmapping＝翻訳する。そして、この公理からなる理論を主意主義的社会理論と呼称する。
　佐藤によるM.Weberの理解社会学の公理が極めて明晰であるのでこれを対象に随伴にmapping＝翻訳する。

　佐藤による主意主義的行為理論の公理は次の二つである。
公理１：全ての社会現象は個人の行為の継起である。したがって、事象の

単位としては個人の行為をとる。

公理２：行為者は選択的に行為している。すなわち、行為者は、思念の内で、可能な行為選択肢の集合から一定の規則に基づいて一個の行為選択肢を選択し、それを実現する。それが個々人の具体的な行為である。（したがって、現実事象として、個人が実現した具体的行為（及びそれに相当する行為選択肢）をとり、特定化要件として、その思念の内の選択プロセス上で適用されている基準（Weberのいう「格率Maximum」）をとれば、行為は［論理によって］説明される。）（なお、［ ］は筆者の加筆である。）

まず、個人と行為からなる社会現象の圏と、概念と論理からなる行為選択肢の圏を考える。行為選択肢の圏から社会現象の圏への関手を社会現象編成権力とし、その逆向きの関手を行為選択肢編成権力とする。1_{FC}は小文字の意味としての思念、1_{GD}は大文字の意味としての格率とする。

随伴〈F, G, φ, θ〉：社会現象の圏⊣行為選択肢の圏は以下のものを決定する。

1）各対象概念１について射$\eta_{概念1}$が個人１からGへの普遍射であり、
各行為:個人１→個人２の右随伴射が

$$\varphi 行為 = G 行為 \circ \eta_{概念1}: 概念1 \to 概念2$$

であるような自然変換η：$1_{行為選択肢の圏} \to GF$.

$$\Theta 行為 = G 行為 \circ \eta_{概念1}: 概念1 \to 概念2 \ (= 論理)$$

2）各射$\varepsilon_{個人2}$がFから個人２への普遍射であり、各論理:概念１→概念２が左随伴射

$$\Theta 論理 = \varepsilon_{個人2} \circ F 行為: 個人1 \to 個人2 = 行為$$

を持つような自然変換$\varepsilon: FG \to 1_{個人の圏}$

3）さらに、次の合成は（それぞれGおよびFの）恒等変換である。

$$G \xrightarrow{\eta G} GFG \xrightarrow{G\varepsilon} G, \quad F \xrightarrow{F\eta} FGF \xrightarrow{\varepsilon F} F.$$

ηを単位元（unit）と呼び、εを余単位元（counit）と呼ぶ。

随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。

$$G\varepsilon \circ \eta G = 1、\varepsilon F \circ F\eta = 1$$

4）$\varphi\theta g = G\varepsilon_D \circ GFg \circ \eta_c = G\varepsilon_D \circ \eta_{GD} \circ g = 1_{GD} \circ g = g$

三角形恒等式より$G\varepsilon_{個人2} \circ \eta G_{個人2} = 1_{概念2}$＝格率（＝大文字の意味）

ここで、$1_{概念2}$を概念2の恒等射として、大文字の意味としての社会規範は格率と解釈する。

5） $\theta\varphi f = \varepsilon_D \circ FG_f \circ F\eta_c = f \circ \varepsilon_{FC} \circ F\eta_c = f \circ 1_{FC} = f$

三角形恒等式より $\varepsilon_{F概念1} \circ F\eta_{概念1} = 1_{個人1}$ ＝思念（＝小文字の意味）

ここで、$1_{個人1}$を個人1の恒等射として、小文字の意味を思念と解釈する。

それゆえ、φはθを逆写像とする全単射である。

これは明らかに自然であり、よって随伴である。

$$
\begin{tikzcd}[column sep=huge, row sep=huge]
\text{行為選択肢の圏：概念1} \arrow[r, "\text{射}g\text{:論理}"] \arrow[d, "\text{関手}F\text{:社会現象編成権力}"', "\circlearrowleft 1_{FC}\text{:思念}"] & \text{概念2} \arrow[d, phantom, "1_{GD}\circlearrowleft\text{:格率}"] \\
\text{社会現象の圏：個人1} \arrow[r, "\text{射}f\text{:行為}"'] & \text{個人2} \arrow[u, "\text{関手}G\text{:行為選択肢編成権力}"']
\end{tikzcd}
$$

【図4-4-1　随伴による主意主義的行為理論モデル】

4.4.2 随伴による主意主義的行為理論

主意主義的行為理論は行為の源泉として行為選択肢という知、すなわち、概念と論理をもった言語を要請しており、モデル上では個人が行為のスタートではなく、行為選択肢にあることがわかった。ただし、モデル上では言語と行為は循環している。つまり、随伴による主意主義的行為理論モデルは日常言語で隠れていた社会現象編成権力の存在を可視化する。

なお、意味・規則・行為は翻訳＝mapping後も保存される。

ところで、主意主義的行為理論の二つの公理を示したが、随伴による主意主義的公理モデルをよく観察すると随伴による主意主義的行為理論の二つの公理と双対な二つの公理が自然と導出される。随伴による主意主義的行為理論の公理により双対に隠れていた公理、いわば、社会規範主義的社会理論の公理とでもいうべき公理を示す。

公理1-2：全ての行為選択肢は概念の論理の継起である。したがって、事象の単位としては概念の論理をとる。

公理2-2：行為選択肢は選択的に論理している。すなわち、概念は、格率の内で、可能な論理選択肢の集合から一定の規則に基づいて

一個の論理選択肢を選択し、それを実現する。それが個々概念の具体的な論理である。(したがって、行為選択肢事象として、論理が実現した具体的論理（及びそれに相当する論理選択肢）をとり、特定化要件として、その格率の内の選択プロセス上で適用されている基準（Weberのいう「格率」と双対に現れる「思念」)）をとれば論理は［行為によって]）説明される。(なお、［ ］は筆者の加筆である。)

この公理の意味するところは主意主義的行為理論の理論ビルダーには自明すぎて意識することはあまりないと思われるが、主意主義的行為理論を可能とするのは概念と論理からなる言語の圏—ここでは論理選択肢の圏—の存在が不可欠であるという点である。随伴による社会学モデルの重要な発見である。この公理1-2、2-2は日本語としては不自然ではあるが、この公理は社会規範主義的論理理論とでもいうべき公理で、集合主義的な公理となる可能性が高い。

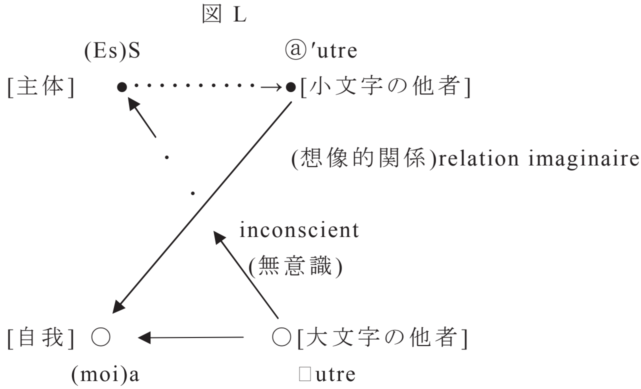
最後に、「主意主義的社会理論が可能であれば、社会規範主義的論理理論も可能である」も真なる命題であることを述べておく。

4.5 ラカンのシェーマLと自我

精神分析学における自我をラカンのシェーマL（1955＝1972:64）を素材に、随伴の表現ととらえてみよう。シェーマLは1955年4月26日のゼミナールで学生によって書き留められたものに現れる。本稿では、この図の繋がり具合に着目、圏論へのmapping＝翻訳を通して自我を考察する。

4.5.1 シェーマLという図式

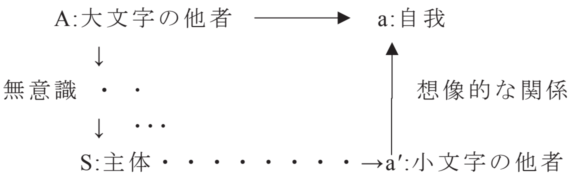
まず、シェーマLは「図 L」として次のような図式で書かれている(なお、［ ］は筆者加筆)。つながり具合に注意すると始点が大文字の他者、終点が自我となっている。



【図4-5-1　シェーマL】

4.5.2 シェーマLの随伴モデル

三角形二つの図式に視えるが、つながり具合に着目して、二次元から取り出して三次元でSとa、ⓐ′とⒶを接続させるとメビウスの帯ができることに気づく。それを上辺と下辺を入れ替えて展開すると展開図は次のような可換図式となる。



【図4-5-2　シェーマLの展開図1】

シェーマLを展開するとこの図は結合律の図式とも解釈でき、コールマン・ボートにとても似ている。[4] そこで、随伴に翻訳＝mappingしてみる。繋がり具合に着目すると二つのモデル、随伴関手モデルと反変関手モデルができるが本稿では随伴モデルとして随伴に翻訳＝mappingする。これは反変関手より随伴関手の方がより豊かな命題を生む可能性が高いという意味でいい性質をもっているからである。なお、ここからは図式にのみ注目して計算するため、ひとまず意味を蒸発させる。したがって、シェーマLにある「・・・」は次の図式以後、消える。

$$
\begin{tikzcd}
C & & GD \\
A:\text{大文字の他者} \arrow[rr, "g"] \arrow[d, "F"'] & & a:\text{自我} \\
S:\text{主体} \arrow[rr, "f"'] & & a':\text{小文字の他者} \arrow[u, "G"'] \\
FC & & D
\end{tikzcd}
$$

【図4-5-3　シェーマLの随伴図式1】

4.5.3 シェーマLの随伴による翻訳＝mappingモデル

ここで、さらに自我を大文字の他者の変化、小文字の他者を主体の変化とみなして、大文字の他者と主体の二つの対象の変化とした後、シェーマLを随伴へ翻訳＝mappingする。

まず、対象を大文字の他者とし、射を論理とする圏を大文字の他者の圏とする。対象を主体、射を無意識下の行為とする圏を主体の圏とする。図式は以下のとおり。

$$
\begin{tikzcd}
 & C & & GD \\
\text{大文字の他者の圏:} & \text{大文字の他者 } 1 \arrow[rr, "g:\text{論理}"] \arrow[d, "F"'] & & \text{大文字の他者 } 2(a:\text{自我}) \\
\text{主体の圏:} & \text{主体 } 1 \arrow[rr, "f:\text{無意識下の行為}"'] & & \text{主体 } 2(a':\text{小文字の他者}) \arrow[u, "G"'] \\
 & FC & & D
\end{tikzcd}
$$

【図4-5-4　シェーマLの随伴図式2】

さらに、形式的に大文字の他者の圏から主体の圏への関手Fを主体編成権力、逆向きの関手Gを大文字の他者編成権力とする。

次にこの関手の内容を考えてみよう。まず、関手Fは主体化関手であるが、これはもともと大文字の他者から主体への無意識への射であった。これを関手とみなせば、主体化関手は無意識化関手と呼称するのがふさわしい。一方、関手Gは大文字の他者関手であるが小文字の他者から自我への想像的な関係であった。そこで、これは想像的な関係関手というのがふさわしい。ところが、随伴によるモデルであるので関手Fと関手Gは擬逆で

あるので、関手Fを無意識化関手とすると関手Gは意識化関手とすることが整合である。これは、想像的な関係が意識化関手へと変容することを意味している。

さて、三角形恒等式の結果生まれる二つの恒等射1_{GD}を大文字の意味、1_{FC}を小文字の意味と解釈する。

なお、紙幅の都合で証明中は大文字の他者は他者、無意識下の行為を行為と表記しておく。

随伴 $\langle F, G, \varphi, \theta\rangle$：主体の圏⊣他者の圏 は以下のものを決定する。

1）各対象他者1について射$\eta_{他者1}$が他者1からGへの普遍射であり、
各行為:主体1→主体2の右随伴射が
φ行為＝G行為$\circ\eta_{他者1}$:他者1→他者２（＝論理）
であるような自然変換η：$1_{他者の圏}\to GF$.

2）各射$\varepsilon_{主体2}$がFから主体2への普遍射であり、各論理:他者1→他者２が左随伴射
Θ論理＝$\varepsilon_{主体2}\circ F$行為:主体1→主体2（＝行為）
を持つような自然変換ε:FG→$1_{主体の圏}$

3）さらに、次の合成は（それぞれGおよびFの）恒等変換である。
$$G \xrightarrow{\eta G} GFG \xrightarrow{G\varepsilon} G,\quad F \xrightarrow{F\eta} FGF \xrightarrow{\varepsilon F} F.$$
随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。
$G\varepsilon\circ\eta_G = 1_G$、　$\varepsilon F\circ F\eta = 1_F$
ηを単位元（unit）と呼び、εを余単位元（counit）と呼ぶ。

4）$\varphi\theta g = G\varepsilon_D\circ GFg\circ\eta\ c = G\varepsilon_D\circ\eta_{GD}\circ g = 1_{GD}\circ g = g$
三角形恒等式より$G\varepsilon_{主体2}\circ\eta G_{主体2}$＝ $1_{他者2}$（＝大文字の意味）
ここで、$1_{他者2}$を他者2の恒等射として、大文字の意味として考える。
この恒等射を社会規範と解釈する。

5）$\theta\varphi f = \varepsilon_D\circ FG_f\circ F\eta_c = f\circ\varepsilon_{FC}\circ F\eta_c = f\circ 1_{FC} = f$
三角形恒等式より $\varepsilon F_{他者1}\circ F\eta_{他者1} = 1_{主体1}$（＝小文字の意味）
ここで、$1_{主体1}$を主体1の恒等射として、小文字の意味として考える。
この恒等射を自我と解釈する。
それゆえ、φはθを逆写像とする全単射である。

これは明らかに自然であり、よって随伴である。

証明は以下のとおり。なお、他者は紙幅の都合で他者としておく。

［註1］右随伴射 $\varphi f = Gf \circ \eta c$　　［註2］左随伴射 $\theta g = \varepsilon D \circ Fg$

行為

主体 1→→→→→→主体 2

GF 他者 1　G 行為　他者 2

$$\begin{tikzcd} \text{GF他者1} \arrow[r] & \text{} \\ \text{他者1} \arrow[u, "\eta_{\text{他者1}}"] \arrow[ur, "\varphi\,\text{行為(=論理)}"'] & \end{tikzcd}$$

論理

他者 1→→→→→→→他者 2

主体 1　F 論理　FG 主体 2

$$\begin{tikzcd} \text{主体1} \arrow[r] \arrow[dr, "\theta\,\text{論理(=行為)}"'] & \text{} \arrow[d, "\varepsilon_{\text{主体2}}"] \\ & \text{主体2} \end{tikzcd}$$

これは、
Φ行為＝G行為$\circ\eta$他者1:
他者1→他者2（＝論理）

これは、
θ論理＝$\varepsilon_{\text{主体2}}\circ$F論理:
主体1→主体2（＝行為）

［註3］随伴$F \dashv G$の単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である.

$$\varepsilon F \circ F\eta = 1_F$$

$$\begin{tikzcd} F \arrow[r, "F\eta"] \arrow[dr, "1_F"'] & FGF \arrow[d, "\varepsilon F"] \\ & F \end{tikzcd}$$

$$G\varepsilon \circ \eta_G = 1_G$$

$$\begin{tikzcd} GFG \arrow[r, "G\varepsilon"] & G \\ G \arrow[u, "\eta G"] \arrow[ur, "1_G"'] & \end{tikzcd}$$

［註4］$\varphi\theta$論理＝$G\varepsilon_{\text{主体2}}\circ$GF論理$\circ\eta^{\text{他者1}}$＝$G\varepsilon_{\text{主体2}}\circ\eta G_{\text{主体2}}\circ$論理＝$1_{\text{他者2}}\circ$論理＝論理

$$\begin{tikzcd} \text{GF他者1} \arrow[r, "\text{GF論理}"] & \text{GF他者2} \arrow[r, "G\varepsilon_{\text{主体2}}"] & \text{他者2} \\ \text{他者1} \arrow[u, "\eta_{\text{他者1}}"] \arrow[r, "\text{論理}"'] & \text{他者2} \arrow[u, "\eta G_{\text{主体2}}"] \arrow[ur, "1_{\text{他者2}}=\text{社会規範}"'] & \end{tikzcd}$$

［註5］ $\theta\varphi\text{行為}=\varepsilon_{\text{主体}2}\circ FG_{\text{行為}}\circ F\eta_{\text{他者}1}=\text{行為}\circ\varepsilon_{F\text{他者}1}\circ F\eta_{\text{他者}1}=\text{行為}\circ 1_{\text{主体}1}=\text{行為}$

$$
\begin{tikzcd}
 & \text{主体}1 \arrow[r, "\text{行為}"] & \text{主体}2 \\
\text{主体}1 \arrow[r, "F\eta_{\text{他者}1}"'] \arrow[ur, "1_{\text{主体}1}=\text{無意識下の自我}"] & FG\text{主体}1 \arrow[r, "FG\text{行為}"'] \arrow[u, "\varepsilon_{F\text{他者}1}"'] & FG\text{主体}2 \arrow[u, "\varepsilon_{\text{主体}2}"']
\end{tikzcd}
$$

直観的に理解しやすくするため、随伴図式は次の図式で表現する。

$$
\begin{tikzcd}
\text{大文字の他者の圏}\ : & \text{大文字の他者}1 \arrow[r, "g:\text{論理}"] \arrow[d, "F:\ \text{無意識関手（主体化関手）}"'] & \text{大文字の他者}\ 2 \arrow[loop left, "1_{GD}:\text{社会規範}"] \\
\text{主体の圏}\ : & \text{主体}1 \arrow[r, "f:\ \text{行為}"'] \arrow[loop right, "1_{FC}:\text{無意識下の自我}"] & \text{主体}\ 2 \arrow[u, "G:\ \text{意識化関手（想像的な関係関手／大文字の想像的な関係関手）}"']
\end{tikzcd}
$$

【図4-5-5　随伴によるシェーマＬモデル】

4.5.4 シェーマＬの解釈

関手Ｆ主体編成権力は無意識化関手、関手Ｇ大文字の他者編成権力は想像的な関係関手である。主体１の恒等射は無意識下の自我と考えられる。大文字の他者２は随伴を仮定しているので恒等射が双対に現れるが、それは社会規範であり、父、神、人間などとして現象すると解され、これはもともとあった自我の恒等射1_{GD}である。このように、翻訳＝mappingされたラカンのシェーマＬは社会学において極めて興味深い結果をもたらす。なお、ラカンのシェーマＬでは自我は要素であるが、翻訳＝mappingされた無意識下の自我は恒等射1_{FC}であることに注意されたい。

4.6. W.ベンヤミンの「暴力批判論」

W.ベンヤミンの「暴力批判論」には神話的暴力と神的暴力という謎めいた概念が現れる。二つの概念はすべてにおいて対立するとされる。まず、神話的暴力を随伴に翻訳＝mappingしておく。次に神的暴力を圏論に翻訳＝mappingしたかったのだが、本稿ではできなかったことをはじめに述べておく。

4.6.1 神話的暴力

W.ベンヤミンの「暴力批判論」を随伴に翻訳＝mappingする。対象を概念とし、射を論理ととする圏を法の圏とする。対象を身体、射を行為とする圏を身体の圏とする。二つの圏を随伴とみなし、法の圏から身体の圏への関手を法維持暴力、逆向きの関手を法措定暴力とする。三角形恒等式の結果生まれる二つの恒等射1_{GD}を大文字の意味、1_{FC}を小文字の意味と解釈する。神話的暴力は二つの意味を創出する社会理論となる。

随伴 $\langle F, G, \varphi, \theta\rangle$ ：身体の圏⊣法の圏 は以下のものを決定する。

1) 各対象概念1について射$\eta_{\text{概念}1}$が身体1からGへの普遍射であり、
各行為:身体1→身体2の右随伴射が
$$\varphi\text{行為} = G\text{行為}\circ\eta_{\text{概念}1}: \text{概念}1\to\text{概念}2$$ （＝論理）
であるような自然変換η： $1_{\text{法の圏}}\to GF.$

2) 各射$\varepsilon_{\text{身体}2}$がFから身体2への普遍射であり、各論理:概念1→概念2が左随伴射
$$\Theta\text{論理} = \varepsilon_{\text{身体}2}\circ F\text{行為}: \text{身体}1\to\text{身体}2$$ （＝行為）
を持つような自然変換ε:$FG\to 1_{\text{行為の圏}}$

3) さらに、次の合成は（それぞれGおよびFの）恒等変換である。
$$G \xrightarrow{\eta G} GFG \xrightarrow{G\varepsilon} G,\quad F \xrightarrow{F\eta} FGF \xrightarrow{\varepsilon F} F.$$
随伴F⊣Gの単元ηで余単元がθであるとき、三角形の図式は可換である。
$$G\varepsilon\circ\eta_G = 1、\varepsilon F\circ F\eta = 1$$
ηを単位元（unit）と呼び、εを余単位元（counit）と呼ぶ。

4) $\varphi\theta g = G\varepsilon_D\circ GFg\circ\eta_c = G\varepsilon_D\circ\eta_{GD}\circ g = 1_{GD}\circ g = g$
三角形恒等式より$G\varepsilon_{\text{身体}2}\circ\eta_{G\text{身体}2} = 1_{\text{概念}2}$
ここで、$1_{\text{概念}2}$ を概念2の恒等射として、大文字の意味として考える。この恒等射を今田であれば意味とすることになるが、本稿では正義と解釈する。

5) $\theta\varphi f = \varepsilon_D\circ FG_f\circ F\eta_c = f\circ\varepsilon_{FC}\circ F\eta_c = f\circ 1_{FC} = f$
三角形恒等式より $\varepsilon_{F\text{概念}1}\circ F\eta_{\text{概念}1} = 1_{\text{身体}1}$（＝行為規範）
ここで、$1_{\text{身体}1}$を身体1の恒等射として、小文字の意味として考える。
この恒等射を行為規範と解釈する。
それゆえ、φはθを逆写像とする全単射である。

これは明らかに自然であり、よって随伴である。

なお、可換図式はこれまでと同様であるため省略し、図式のみを示す。

$$
\begin{tikzcd}
\text{法の圏:概念1} \arrow[r, "\text{g:論理}"] \arrow[d, "\text{F:法維持暴力}"'] \arrow[d, phantom, shift left=6ex, "\circlearrowleft 1_{FC}\text{:行為規範}"] & \text{概念2} \arrow[l, phantom, shift right=2ex, "1_{GD}\circlearrowleft\text{:正義}"] \\
\text{身体の圏:身体1} \arrow[r, "\text{f:行為}"'] & \text{身体2} \arrow[u, "\text{G:法措定暴力}"']
\end{tikzcd}
$$

【図4-6-1　随伴によるW.ベンヤミンの神話的暴力モデル】

4.6.2 随伴によるW.ベンヤミンの神話的暴力モデル

W.ベンヤミンの神話的暴力の随伴への翻訳＝mappingには不自然さがなく、随伴と極めて適合的である。二つの意味（正義と行為規範）・二つの規則（論理と行為）すべてを含んだモデルとなっている。神話的暴力論を構築した瞬間、随伴が創発し、二つの意味—正義（1_{GD}）と行為規範（1_{FC}）—を生み出す社会理論となる。ここでは、大文字の意味と小文字の意味はそれぞれ正義、行為規範となっている。

4.6.3 神的暴力

神話的暴力は法措定暴力と法維持暴力からなる。一方、神的暴力は一義的に定義されてはいないため様々な解釈が可能となる。圏論を使うことで、神的暴力に大澤真幸（2008）や市野川容孝（2005）の示した結論（徹底した民主主義への希望やローザ・ルクセンブルクへのオマージュ）とは異なる理論的な予想を与えてみたい。

「暴力批判論」における神的暴力は神話的暴力にあらゆる点で対立する。」（野村：59）圏論の随伴を使った一つのモデルでは神話的暴力は論理と行為の循環である。この切断・機能不全をもたらすことが神的暴力であろう。神的暴力を圏論に翻訳＝mappingすると二つの可能性が考えられる。一つは禅、日向ぼっこ、エポケーといった言語からも他の身体とも関わらない非行為である。あるのは身体と恒等射のみという非行為である。一つの可能性として、神的暴力は非行為である、というものである。これが内からの神的暴力であるとすれば、もう一つは外からの神的暴力であ

る。神話的暴力を切断するには射（恒等射は除く）か関手の切断が必要となる。神的暴力とは神話的暴力の循環の切断・機能不全である、とした定義は可能であるが、これはモデルではないため、解くべき命題として提示するにとどめておく。

最後に、「暴力批判論」は「暴力批判論の課題は、暴力と、法および正義との関係をえがくことだ」が真なる命題であれば、「暴力と、身体およびこころとの関係をえがくのことが権力批判論の課題である」も真なる命題となることを述べておく。

5．結論と展望

随伴の社会学モデルをベースに橋爪大三郎の言語ゲーム論と今田高俊の自己組織性、佐藤俊樹の主意主義的行為理論の公理、J.ラカンのシェーマLとW.ベンヤミンの「暴力批判論」を圏論に翻訳＝mappingした結果、自然言語では全く異なる様相を呈した社会理論が酷似する結果となった。すなわち、演繹によって同じ種類の社会理論に分類されたことを意味する。

5.1 随伴による翻訳＝mappingによるいくつかの発見

随伴定理をベースに社会理論を翻訳＝mappingすることでわかったことをいくつか挙げておこう。一点目は日常言語では自明すぎて視えない二つの射（論理と行為等）や二つの関手（身体編成権力と社会学的言語編成権力等）が可視化されたことである。二点目として、言語ゲーム論と自己組織性、随伴に翻訳＝mapping後の主意主義的社会理論、J.ラカンのシェーマLとW.ベンヤミンの「暴力批判論」は随伴による社会学モデルと酷似するという発見である。三点目として、主意主義的行為理論は随伴への翻訳＝mappingにより、社会規範主義的論理理論とでも呼ぶべき理論（方法論的集合主義）の公理を生む可能性の発見である。こうした発見は、自然言語による推論では難しく、数学の圏論の随伴に翻訳＝mappingすることで飛躍的に容易になった、といえよう。

5.2 課題と展望

最後に課題と展望を述べて終えることとする。これまでみてきたように本稿は現代数学をベースに構想されており、社会学の論文であるにもかかわらず数学の専門性が要求される。専門性はアカデミックな論文として当

然であるが、一方、社会学は必要な時にいつでもだれでも容易に社会を考えるツールとなるべきである。この両立を本稿では、コールマン・ボートのような可換図式として提示したが、果たしてこの可換図式が論文に必要であろうか。この論文がどのような読者を得るか推移を見守りつつも一つの提案をしたい。数学では一度証明された定理はその証明法を知らなくても誰でも使用できる。圏論による社会理論に興味のお持ちの方は厳密な証明にこだわらず、矢印付き四角形というレンズで個々の問題関心に合わせ、望遠鏡や顕微鏡として様々な対象を眺め、楽しんでいただきたい。その際のポイントは常に1_{FC}と1_{GD}が何を意味しているかを考えることを推奨する。また、圏論の随伴をベースに厳密な手続きで新しい社会学モデルを構築して、考察を加え、いくつかの予期せぬ知見を得ることができたが、このことは、随伴による社会学モデルがA.Giddens (1987) の予想した理論的総合となりうる可能性があることも示している。これまでの考察から推察するとおそらく、圏論によって基礎付けされた社会(科)学の理論的総合の時代が近いうちに到来するであろう。最後に、翻訳＝mappingという見慣れぬ概念を多用したが、これは脱構築そのものであることを申し添えて本稿を終える。

注

1) 圏論の歩き方委員会 (2015) と『現代思想　圏論の世界―現代数学の最前線』(2020.7) 青土社に圏論を応用した数学以外の事例が多数掲載されている。

2) 社会学において圏論と明示的に接点がある研究として、T.J.Fararo (1973) の圏と関手への言及がある。日本では西田春彦（ 1978: 11）が「数理社会学は社会調査法や社会統計学の解析的な部分を含むし、群論、圏論、グラフ理論、ゲーム論なども含み、数学的モデルや解析にかんする方法的な一面と、それを適用して実質的に社会学的現象を扱う一面も持っていると考えている。」と圏論の可能性を40年以上前に述べている。この中で、圏論のみが十分な展開をみせていない。また、大澤真幸 (1988) の圏論への言及、落合仁司 (2015, 2016) 並びに大山智徳 (2018) による随伴をベースとした理論社会学の論文がある。

3) 本稿での最も重要な随伴の証明を理解するのには落合仁司 (2016) がお勧めである。さらに、圏論の随伴を使おうとお考えの方には、S.Awodey (2010＝2017) が比較的とっつきやすく、独学も可能と思われる。本稿ではS.Mac lane

(1998＝2013) を使ったが、翻訳書の表題は『圏論の基礎』となっているものの、原題は "Category for the Working Mathematician" であり、数学者の辞書として使用されているようであり、数学を専門としない読者には独学する時間と労力を考えると非効率的であるように思われる。また、論理学からの随伴への教科書として清水義夫 (2007) がある。

4) 落合 (2016) で強い条件下で、コールマン・ボートが随伴であることが証明されている。

文　献

Awodey, Steve, 2010, *Category Theory. 2ed.*,Oxford: Oxford University Press,（＝2015, 前原和寿訳『圏論―原著第 2 版』共立出版.

Benjamin, Walter, 1920-1, "Zur Kritik der Gewalt"（＝1994 野村修編訳,「暴力批判論」29-65.『暴力批判論　他十篇』岩波文庫. ）

Fararo, Thomas, J., 1973, *Mathematical Sciology -An Introduction to Foundamentals*, New Jersey: John ,Wiley and Sons.（＝1980, 西田春彦・安田三郎訳『数理社会学Ⅰ・Ⅱ』紀伊國屋書店.）

『現代思想 特集＝圏論の世界―現代数学の最前線』2020, 48 (9) 青土社.

Giddens,Anthony, 1987, *Social theory and Modern sociology*, New Jersey: Blackwell Publishers.（＝1998, 藤田弘夫監訳『社会理論と現代社会学』青木書店.）

橋爪大三郎・志田基与師・恒松直幸,1984,「危機に立つ構造-機能理論―わが国における展開とその問題点」『社会学評論』35 (1). 2-18.

橋爪大三郎, 1985, 『言語ゲームと社会理論―ヴィトゲンシュタイン・ハート・ルーマン』勁草書房.

市野川容孝, 2005, 「暴力批判試論 ――R.ルクセンブルクとW.ベンヤミン」『現代思想』33 (12) 青土社.

今田高俊, 1986, 『自己組織性』創文社.

圏論の歩き方委員会, 2015,『圏論の歩き方』日本評論社.

Lacan, Jacques, M, É, [1955]＝1966, *Le séminaire sur <<La Lettre volée>> Écrits*. Edition du Seuil,（佐々木孝次訳, 1972,「<<盗まれた手紙>についてのゼミナール>」5-80.『エクリ 1 』弘文堂.

Mac Lane, Saunders., 1998, *Category for the Working Mathematician*, Berlin: Springer-Verlag (2nd edition). (＝2013, 三好博之・高木理共訳『圏論の基礎』丸善出版.

丸山善宏，2012,「圏論的双対性の理論入門」京都大学総合人間学部研究室資料（2021年6月22日取得　dual-sojin (1).pdf
直井　優，2001,「構造-機能理論の危機そして没落からの克服」『大阪大学大学院人間科学研　究科紀要』27. 189-203.
西田春彦，1978,「日本の数理社会学の若干の動向」『社会学評論』28 (4)：11-29.
落合仁司，2015,「社会と行為―コールマン・ボートとマクロ・ミクロ・リンク」『理論と方法』30 (1)：117-25.
――――，2016,「マクロ・シフトとミクロ・ドリフト――コールマン・ボートと随伴圏」『理論と方法』31 (1)：151-9.（研究ノート）
大澤真幸，1988＝99,『行為の代数学』青土社.
――――，2008,『不可能性の時代』岩波新書.
大山智徳，2018,「理解社会学の脱構築のためのノート」『社会分析』45：179-189.（研究ノート）
佐藤俊樹，1988,「理解社会学の理論モデルについて」『理論と方法』3 (2)：151-70.
清水義夫，2007,『圏論による論理学　高階論理とトポス』東京大学出版会.
瀧川裕貴，2019,「戦後日本社会学のトピックダイナミクス」:『社会学評論』の構造トピックモデル分析」『理論と方法』34 (2)：238-260.